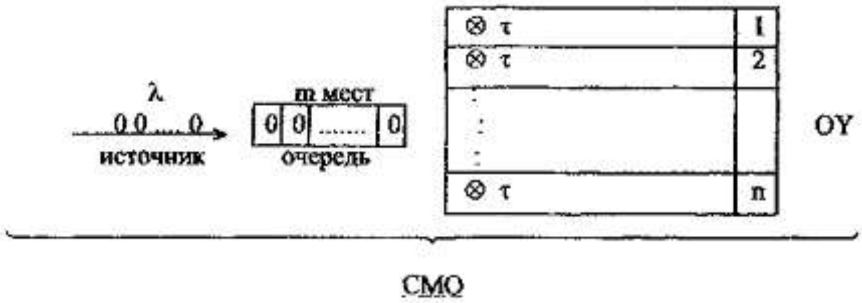
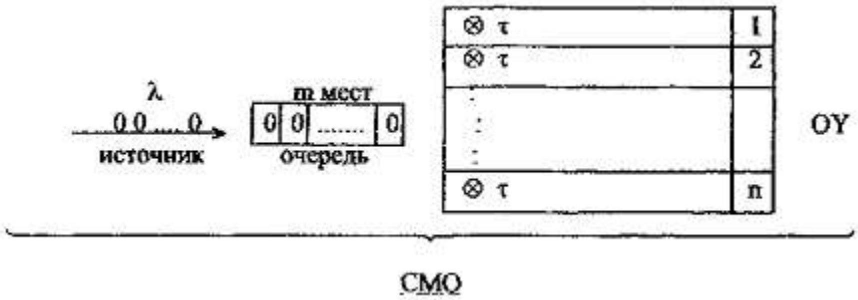


ıя с параллельными
ıчеством мест в очереди

)):



На входе поток требований с интенсивностью λ, в очереди m мест, в ОУ n каналов, обслуживающих с интенсивностью $\mu = \frac{1}{\tau}$, где τ — среднее время обслуживания одной заявки. Если все $n+m$ мест в СМО заняты, то требование покидает ее.

Обозначим через $E_k, k = \overline{0, n+m}$ состояние, при котором в системе находится k требований, а через $p_k(t)$, соответствующую вероятность. Система уравнений для определения вероятностей состояний:

$$(1)\quad \begin{cases} p_0'(t) = -\lambda p_0(t) + \mu p_1(t), \\ p_k' = \lambda p_{k-1}(t) - (\lambda + k\mu) p_k(t) + (k+1)\mu p_{k+1}(t), k = \overline{1, n-1} \\ p_k'(t) = \lambda p_{k-1}(t) - (\lambda + n\mu) p_k(t) + n\mu p_{k+1}(t), k = \overline{n, n+m-1} \\ p_{n+m}' = \lambda p_{n+m-1}(t) - n\mu p_{n+m}(t) \end{cases}$$

Решая эту систему дифференциальных уравнений возможно найти $p_k(t)$ для каждого $t > 0$ при некоторых начальных условиях $p_i(0), i = \overline{0, n+m}$. Так как в системе существует предельные установившиеся состояния $p_k(t) \to p_k$ при $t \to \infty$, то для них в пределе получаем систему ($p_k'(t) \to 0$ при $t \to \infty$).

$$(2)\quad \begin{cases} -\lambda p_0 + \mu p_1 = 0 \\ \lambda p_{k-1} - (\lambda + k\mu) p_k + \mu(k+1) p_{k+1} = 0, \quad k = \overline{1, n-1} \\ \lambda p_{k-1} - (\lambda + n\mu) p_k + n\mu p_{k+1} = 0, \quad k = \overline{n, n+m-1} \\ \lambda p_{n+m-1} - n\mu p_{n+m} = 0. \end{cases}$$

с нормирующим условием $\sum_{k=0}^{n+m} p_k = 1$.

Решая эту систему, получим

$$\begin{cases} p_k = \dfrac{\rho^k}{\lambda_k!} p_0,\ k = \overline{1, n-1} \qquad p_k = \dfrac{\rho^k}{n^{k-m} n!} p_0,\ k = \overline{n, n+m} \\ p_0 = \left[\sum_{k=0}^{n} \dfrac{\rho^k}{k!} + \dfrac{\rho^n \left[\left(\dfrac{\rho}{n} \right)^{m+1} - \dfrac{\rho}{n} \right]}{n! \left(\dfrac{\rho}{n} - 1 \right)} \right]^{-1},\ где\ \rho = \dfrac{\lambda}{\mu}. \end{cases}$$

Отсюда возможно определить основные характеристики системы:

1) p_0 — вероятность того, что все обслуживающие каналы свободны;

2) $p_k, k = \overline{1, n}$ — вероятность того, что обслуживанием заняты k каналов;

3) $p_{n+1} = \dfrac{\rho^{n+1}}{n! n^m} p_0, l = \overline{1, m}$ — вероятность того, что все каналы в СМО заняты и l требований находятся в очереди;

4) $p_{отк.} = p_{n+m}$ — вероятность отказа;

5) $N_3 = \rho \left[1 - \dfrac{\rho^{n+m}}{n! n^m} p_0 \right]$ — среднее количество каналов, занятых обслуживанием (математическое ожидание);

6) $N_{пр.} = n - N_3$ — среднее количество простаивающих каналов;

7) $K_{пр.} = N_{пр.} / n, \quad K_3 = \dfrac{N_3}{n} = 1 - K_{пр.}$ — коэффициенты простоя и занятости;

8) $q = 1 - p_{отк.}$ — относительная пропускная способность (доля обслуженных требований от общего количества поступивших);

9) $A = \lambda q$ — абсолютная пропускная способность (среднее количество требований, обслуженных системой в единицу времени);

10) $L_{ож.} = \dfrac{\rho^{n+1}}{n! n} p_0 \left[1 + 2\dfrac{\rho}{n} + 3\left(\dfrac{\rho}{n} \right)^2 + \ldots + m\left(\dfrac{\rho}{n} \right)^{m-1} \right]$ — среднее количество требований в очереди;

11) $L = L_{ож.} + N_3$ — среднее количество требований в СМО;

12) $W = \dfrac{L_{ож.}}{\lambda}$ — среднее время ожидания в очереди;

13) $V = W + \dfrac{q}{\mu}$ — среднее время пребывания в СМО.

Задание. Рассчитывается пункт обслуживания населения (парикмахерская, химчистка и т.д.). Количество обслуживающих каналов (мастеров, приемщиков) — n с средним временем обслуживания τ. Количество мест в зале ожидания m. Если все места в очереди заняты, то клиент покидает пункт, расчетный поток клиентов для обслуживания случайный, а моменты их прихода распределены по закону Пуассона с параметром λ (клиентов в час).

1) При заданных m, τ, λ рассчитать количество n так, чтобы было обслужено не менее $a\%$ клиентов. Рассчитать для полученного n остальные характеристики СМО.

2) При заданных n, τ, λ рассчитать, максимальное m так, чтобы среднее время ожидания в очереди не превысило b часов.

1) a= 80% b= 25 мин. для всех вариантов
2) для II задания **n** брать, полученное в I задании.

№варианта	λ	τ	m	№варианта	λ	τ	m
1	12	0,5	3	16	5	0,1	6
2	8	0,4	4	17	10	0,5	5
3	10	0,8	6	18	12	0,6	4
4	6	0,5	4	19	9	0,6	6
5	10	0,8	8	20	11	1,1	10
6	12	0,6	6	21	8	0,4	3
7	12	0,3	6	22	12	1,2	9
8	8	0,2	4	23	7	0,3	4
9	10	0,5	4	24	3	0,4	3
10	9	0,6	5	25	6	0,5	6
11	10	0,7	3	26	5	0,5	5
12	7	0,5	5	27	11	0,4	3
13	9	0,5	4	28	14	0,2	6
14	4	0,2	2	29	8	0,3	4
15	4	0,3	3	30	10	0,5	7